

Serial Number



**E-219**

Roll No. \_\_\_\_\_



हायर सेकेण्डरी मुख्य परीक्षा - 2022  
Higher Secondary Examination (Main) - 2022

उच्च गणित

**HIGHER MATHEMATICS**

(Hindi & English Versions)

Total Questions : 23	Total Printed Pages : 16	Time : 3 Hours	Maximum Marks : 80
----------------------	--------------------------	----------------	--------------------

निर्देश :

- (i) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं ।
- (ii) प्रश्न क्रमांक 1 से 5 तक के प्रत्येक उपप्रश्न पर 1-1 अंक निर्धारित हैं ।
- (iii) प्रश्न क्रमांक 6 से 15 तक प्रत्येक 2 अंक का है।
- (iv) प्रश्न क्रमांक 16 से 19 तक प्रत्येक 3 अंक का है।
- (v) प्रश्न क्रमांक 20 से 23 तक प्रत्येक 4 अंक का है।

Instructions :

- (i) All the questions are **compulsory**.
- (ii) Subquestions of Question Nos. 1 to 5 carry 1 mark each.
- (iii) Question Nos. 6 to 15 carry 2 marks each.
- (iv) Question Nos. 16 to 19 carry 3 marks each.
- (v) Question Nos. 20 to 23 carry 4 marks each.



(i)  $g \circ f$  ज्ञात करने पर इसका मान है, यदि  $f(x) = 8x^3$  तथा  $g(x) = \frac{1}{x^3}$

(A)  $8x^3$  (B)  $512x^3$

(C)  $\frac{1}{512x^9}$  (D)  $2x$

(ii) यदि  $\sin^{-1}x = y$ , तो

(A)  $0 \leq y \leq \pi$  (B)  $-\frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2}$

(C)  $0 < y < \pi$  (D)  $-\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}$

(iii)  $3 \times 3$  कोटि के ऐसे आव्यूहों की कुल कितनी संख्या होगी जिनकी प्रत्येक प्रविष्टि 0 या 1 है ?

(A) 27 (B) 18

(C) 81 (D) 512

(iv)  $x = at^2$  तथा  $y = 2at$  हैं, तो  $\frac{dy}{dx}$  का मान है :

(A)  $t$  (B)  $t^2$

(C)  $\frac{1}{t}$  (D)  $\frac{1}{t^2}$

(v) अवकल समीकरण  $x \frac{dy}{dx} - y = 2x^2$  का समाकलन गुणक है :

(A)  $e^{-x}$

(B)  $e^{-y}$

(C)  $\frac{1}{x}$

(D)  $x$

(vi) यदि  $A$  एक  $3 \times 3$  कोटि का वर्ग आव्यूह है, तो  $|KA|$  का मान है :

(A)  $K|A|$

(B)  $K^3|A|$

(C)  $K^2|A|$

(D)  $3K|A|$

Choose and write the correct options :

(i) If  $f(x) = 8x^3$  and  $g(x) = \frac{1}{x^3}$ , then the value of  $g \circ f$  is :

(A)  $8x^3$

(B)  $512x^3$

(C)  $\frac{1}{512x^9}$

(D)  $2x$

(ii) If  $\sin^{-1}x = y$ , then :

(A)  $0 \leq y \leq \pi$

(B)  $-\frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2}$

(C)  $0 < y < \pi$

(D)  $-\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}$



(iii) The number of all possible matrices of order  $3 \times 3$  which each entry 0 or 1 is :

(A) 27

(B) 18

(C) 81

(D) 512

(iv) If  $x = at^2$  and  $y = 2at$ , then the value of  $\frac{dy}{dx}$  is :

(A)  $t$

(B)  $t^2$

(C)  $\frac{1}{t}$

(D)  $\frac{1}{t^2}$

(v) Integrating factor of differential equation  $x \frac{dy}{dx} - y = 2x^2$  is :

(A)  $e^{-x}$

(B)  $e^{-y}$

(C)  $\frac{1}{x}$

(D)  $x$

(vi) Let  $A$  be a square matrix of order  $3 \times 3$ , then  $|KA|$  is equal to :

(A)  $K|A|$

(B)  $K^3|A|$

(C)  $K^2|A|$

(D)  $3K|A|$



2 रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए :

1×7=7

(i) समुच्चय  $A = \{4, 5, 6\}$  में अवयव (4, 5) वाले तुल्यता संबंधों की संख्या \_\_\_\_\_ है ।

(ii)  $\sin^{-1} x + \cos^{-1} x =$  \_\_\_\_\_.

(iii) यदि  $A$  व  $B$  दो स्वतंत्र घटनाएँ हों, तो  $P(A \cap B) =$  \_\_\_\_\_.

(iv)  $x \geq 0$  का ग्राफ \_\_\_\_\_ चतुर्थांश में स्थित है ।

(v) सारणिक  $\begin{vmatrix} 1 & \omega \\ \omega & -\omega \end{vmatrix}$  का मान \_\_\_\_\_ है ।

(vi) यदि  $y = x + \log_e x$  है, तब  $\frac{dy}{dx} =$  \_\_\_\_\_.

(vii) दो समतलों  $2x + 3y + 4z = 4$  और  $4x + 6y + 8z = 12$  के मध्य की दूरी \_\_\_\_\_ है ।

Fill in the blanks :

(i) In set  $A = \{4, 5, 6\}$ , number of equivalence relations containing (4, 5) is \_\_\_\_\_.

(ii)  $\sin^{-1} x + \cos^{-1} x =$  \_\_\_\_\_.

(iii) If  $A$  and  $B$  are independent events, then  $P(A \cap B) =$  \_\_\_\_\_.

(iv) The graph of  $x \geq 0$  is situated at \_\_\_\_\_ quadrant.

(v) Value of determinant  $\begin{vmatrix} 1 & \omega \\ \omega & -\omega \end{vmatrix}$  is \_\_\_\_\_.

(vi) If  $y = x + \log_e x$ , then  $\frac{dy}{dx} =$  \_\_\_\_\_.

(vii) Difference between two planes  $2x + 3y + 4z = 4$  and  $4x + 6y + 8z = 12$  is \_\_\_\_\_.



3 सही जोड़ी बनाइये :

1×6=6

Match the correct pairs :

स्तम्भ 'अ' Column 'A'

स्तम्भ 'ब' Column 'B'

(i)  $\int \sqrt{x^2 - a^2} dx =$

(a)  $\frac{x}{2} \sqrt{a^2 - x^2} + \frac{a^2}{2} \sin^{-1} \frac{x}{a} + c$

(ii)  $\int \sqrt{x^2 + a^2} \cdot dx =$

(b)  $\frac{1}{2a} \log \left| \frac{a+x}{a-x} \right| + c$

(iii)  $\int \sqrt{a^2 - x^2} dx =$

(c)  $\frac{x}{2} \sqrt{x^2 - a^2} - \frac{a^2}{2} \log \left| x + \sqrt{x^2 - a^2} \right| + c$

(iv)  $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} =$

(d)  $\frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a} + c$

(v)  $\int \frac{dx}{x^2 + a^2} =$

(e)  $\frac{x}{2} \sqrt{x^2 + a^2} + \frac{a^2}{2} \log \left| x + \sqrt{x^2 + a^2} \right| + c$

(vi)  $\int \frac{dx}{a^2 - x^2} =$

(f)  $\sin^{-1} \frac{x}{a} + c$

(g)  $\frac{1}{2a} \log \left| \frac{a-x}{a+x} \right| + c$



4 प्रत्येक का एक शब्द / वाक्य में उत्तर दीजिए :

1×7=7

(i) इष्टमान फलन क्या है ?

(ii) एक लीप वर्ष में 53 शुक्रवार आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए ।

(iii)  $\int_0^{\pi/2} \cos x dx$  का मान क्या है ?

(iv)  $\int \log x dx$  का मान क्या है ?

(v) रिक्त संबंध की परिभाषा लिखिए ।

(vi)  $x$ ,  $y$  और  $z$ -अक्षों की दिक्-कोसाइन लिखिए ।

(vii) यदि  $P(A)=2, P(A \cap B)=1$  तब  $P(B/A)$  का मान क्या है ?

Give answers in one word / sentence each :

(i) What is the optimal value function ?

(ii) What is the chance that leap year will contain 53 Friday ?

(iii) What is the value of  $\int_0^{\pi/2} \cos x dx$  ?

(iv) What is the value of  $\int \log x dx$  ?

(v) Write definition of Empty relation.

(vi) Write direction cosines of  $x$ ,  $y$  and  $z$ -axes.

(vii) If  $P(A)=2, P(A \cap B)=1$ , then what is the value of  $P(B/A)$  ?



5 निम्नलिखित कथनों में सत्य / असत्य लिखिए :

1×6=6

(i)  $\frac{d}{dx} \tan x$  का मान  $\sec x \tan x$  है ।

(ii) अभिलंब रूप में समतल का समीकरण  $lx+my+nz=d$  है ।

(iii) समतल  $2x-y+4z=5$  और  $5x-2.5y+10z=6$  परस्पर समान्तर हैं ।

(iv) किन्हीं दो सदिशों  $\vec{a}$  एवं  $\vec{b}$  के लिये सदैव  $|\vec{a} \cdot \vec{b}| \geq |\vec{a}| |\vec{b}|$

(v) सदिश गुणनफल क्रम विनिमेय होता है ।

(vi)  $\hat{i} \cdot (\hat{j} \times \hat{k}) + \hat{j} \cdot (\hat{i} \times \hat{k}) + \hat{k} \cdot (\hat{i} \times \hat{j})$  का मान 1 है ।

Write true or false in the following statements :

(i) The value of  $\frac{d}{dx} \tan x$  is  $\sec x \tan x$ .

(ii) Equation of a plane in normal form is  $lx+my+nz=d$ .

(iii) The planes  $2x-y+4z=5$  and  $5x-2.5y+10z=6$  are parallel.

(iv) For any two vectors  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$ , we always have  $|\vec{a} \cdot \vec{b}| \geq |\vec{a}| |\vec{b}|$

(v) The vector product is commutative.

(vi) The value of  $\hat{i} \cdot (\hat{j} \times \hat{k}) + \hat{j} \cdot (\hat{i} \times \hat{k}) + \hat{k} \cdot (\hat{i} \times \hat{j})$  is 1.





- 6 वृत्त के क्षेत्रफल में परिवर्तन की दर इसकी त्रिज्या  $r=3\text{cm}$  के सापेक्ष ज्ञात कीजिए । 2  
Find the rate of change of the area of a circle with respect to its radius  $r=3\text{cm}$ .

अथवा / OR

वक्र  $y=3x^4-4x$  के  $x=4$  पर स्पर्श रेखा की प्रवणता ज्ञात कीजिए ।

Find the slope of the tangent to the curve  $y=3x^4-4x$  at  $x=4$ .

- 7 यदि  $P(B)=0.5$  और  $P(A \cap B)=0.25$ , तो  $P\left(\frac{A}{B}\right)$  ज्ञात कीजिए । 2

If  $P(B)=0.5$  and  $P(A \cap B)=0.25$ , then compute  $P\left(\frac{A}{B}\right)$ .

अथवा / OR

यदि  $P(A)=\frac{3}{5}$ ,  $P(B)=\frac{1}{5}$  और  $A$  तथा  $B$  स्वतंत्र घटनाएँ हैं, तो  $P(A \cap B)$  की गणना कीजिए ।

If  $P(A)=\frac{3}{5}$  and  $P(B)=\frac{1}{5}$ , calculate  $P(A \cap B)$  if  $A$  and  $B$  are independent events.

- 8 एक रेखा की दिक्-कोसाइन ज्ञात कीजिए जो निर्देशाक्षों के साथ बराबर कोण बनाती है । 2  
Find the direction cosines of a line which makes equal angles with the coordinate axes.

अथवा / OR

रेखायुग्म  $\frac{x}{2}=\frac{y}{2}=\frac{z}{1}$  तथा  $\frac{x-5}{4}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-3}{8}$  के बीच का कोण ज्ञात कीजिए ।

Find the angle between pair of lines

$$\frac{x}{2}=\frac{y}{2}=\frac{z}{1} \text{ and } \frac{x-5}{4}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-3}{8}$$



9 निम्नलिखित दी गई रेखाओं  $l_1$  और  $l_2$  :

2

$\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k} + \lambda(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$  तथा  $\vec{r} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k} + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$  के बीच न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए ।

Find the least distance between the lines given by  $\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k} + \lambda(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$

and  $\vec{r} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k} + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$

अथवा / OR

उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो  $x$ ,  $y$  और  $z$  - अंशों पर क्रमशः 2, 3 और 4 अंतः खण्ड काटता है ।

Find the equation of the plane with intercepts 2, 3 and 4 on the  $x$ ,  $y$  and  $z$  - axis respectively.

10 सदिश  $\overline{PQ}$  के अनुदिश मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए जहाँ बिंदु  $P$  और  $Q$  क्रमशः

2

(1, 2, 3) और (4, 5, 6) हैं ।

Find the unit vector in the direction of vector  $\overline{PQ}$ , where  $P$  and  $Q$  are the points (1, 2, 3) and (4, 5, 6) respectively.

अथवा / OR

दो बिन्दुओं को मिलाने वाले सदिश का मध्यबिन्दु ज्ञात कीजिए, जहाँ  $P$  (2, 3, 4) तथा  $Q$  (4, 1, -2) हैं ।

Find the position vector of the mid point of the vector joining the points  $P$  (2, 3, 4) and  $Q$  (4, 1, -2).



11  $\int \cos^2 x dx$  का मान परिकलित कीजिए ।

2

Calculate the value of  $\int \cos^2 x dx$ .

अथवा / OR

$I = \int e^x \cdot \sin x dx$  की गणना कीजिए ।

Calculate the value of  $I = \int e^x \cdot \sin x dx$ .

12 समाकलन  $\int_2^3 x^5 \cdot dx$  का मान ज्ञात कीजिए ।

2

Find the value of Integral  $\int_2^3 x^5 \cdot dx$ .

अथवा / OR

समाकलन  $\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} \cdot dx$  का मान ज्ञात कीजिए ।

Find the value of Integral  $\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} \cdot dx$ .

13 जाँच कीजिए कि समुच्चय  $\{1, 2, 3\}$  में  $R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (1, 2), (2, 3)\}$  द्वारा प्रदत्त संबंध स्वतुल्य है परन्तु न तो सममित है और न संक्रामक है ।

2

Examine that the relation R in the set  $\{1, 2, 3\}$  given by  $R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (1, 2), (2, 3)\}$  is reflexive but neither symmetric nor transitive.

अथवा / OR

सिद्ध कीजिए कि  $f(x) = x^2$  द्वारा परिभाषित फलन  $f: R \rightarrow R$ , न तो एकैकी है और न आच्छादक है ।

Show that the function  $f: R \rightarrow R$  defined as  $f(x) = x^2$ , is neither one-one nor onto.



14 यदि  $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$  एवं  $B = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$  है, तो  $AB$  का मान ज्ञात कीजिए ।

2

Find  $AB$ , if  $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$  and  $B = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

अथवा / OR

यदि  $A = \begin{bmatrix} 3 & \sqrt{3} & 2 \\ 4 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ , तो सिद्ध कीजिए  $(A^t)^t = A$ .

If  $A = \begin{bmatrix} 3 & \sqrt{3} & 2 \\ 4 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ , then show that  $(A^t)^t = A$ .

15  $x$  के सापेक्ष  $a^x$  का अवकलन कीजिए, जहाँ  $a$  एक धन अचर है ।

2

Differentiate  $a^x$  with respect to  $x$ , where  $a$  is positive integer.

अथवा / OR

$x$  के सापेक्ष  $(\log x)^{\cos x}$  का अवकलन कीजिए ।

Differentiate  $(\log x)^{\cos x}$  with respect to  $x$ .

16 फलन  $\tan^{-1} \left( \sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}} \right)$ ,  $0 < x < \pi$  को सरलतम रूप में लिखिए ।

3

Write the function  $\tan^{-1} \left( \sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}} \right)$ ,  $0 < x < \pi$  in the simplest form.

अथवा / OR

दर्शाइये कि  $\sin^{-1} \frac{3}{5} - \sin^{-1} \frac{8}{17} = \sin^{-1} \frac{13}{85}$ .

Prove that  $\sin^{-1} \frac{3}{5} - \sin^{-1} \frac{8}{17} = \sin^{-1} \frac{13}{85}$ .



- 17 आव्यूह  $B = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$  को एक सममित आव्यूह के रूप में व्यक्त कीजिए । 3

Express the matrix  $B = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$  is a symmetric matrix.

अथवा / OR

निम्नलिखित समीकरण से  $x$  तथा  $y$  के मानों को ज्ञात कीजिए :

Find the values of  $x$  and  $y$  from the following equation :

$$2 \begin{bmatrix} x & 5 \\ 7 & y-3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 6 \\ 15 & 14 \end{bmatrix}$$

- 18 ऐसी दो संख्याएँ ज्ञात कीजिए जिनका योग 24 व गुणनफल उच्चतम हो । 3

Find two numbers whose sum is 24 and whose product is as large as possible.

अथवा / OR

वक्र  $x^{2/3} + y^{2/3} = 2$  के बिन्दु  $(1, 1)$  पर स्पर्श रेखा तथा अभिलंब के समीकरण ज्ञात कीजिए ।

Find the equation of the tangent and normal to the curve  $x^{2/3} + y^{2/3} = 2$

at  $(1, 1)$ .



19 आलेखीय विधि द्वारा निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को हल कीजिए :

3

निम्न व्यवरोधों के अंतर्गत :

$$x + 2y \geq 10$$

$$3x + 4y \leq 24$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

$Z = 200x + 500y$  का न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए ।

Solve the following linear programming problem graphically :

Minimise  $Z = 200x + 500y$

Subject to the constraints :

$$x + 2y \geq 10$$

$$3x + 4y \leq 24$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

अथवा / OR

आलेख द्वारा निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को हल कीजिए :

निम्न व्यवरोधों के अन्तर्गत :

$$x + y \leq 50$$

$$3x + y \leq 90$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

$Z = 4x + y$  का अधिकतम मान ज्ञात कीजिए ।

Solve the following linear programming problem graphically :

Maximize  $Z = 4x + y$

Subject to the constraints :

$$x + y \leq 50$$

$$3x + y \leq 90$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

20 निम्नलिखित सारणिक हल कीजिए :  $\begin{vmatrix} x+1 & 3 & 5 \\ 2 & x+2 & 5 \\ 2 & 3 & x+4 \end{vmatrix} = 0$

4

Solve the following tabular  $\begin{vmatrix} x+1 & 3 & 5 \\ 2 & x+2 & 5 \\ 2 & 3 & x+4 \end{vmatrix} = 0$

अथवा / OR

सिद्ध कीजिए :  $\begin{vmatrix} -a^2 & ab & ac \\ ab & -b^2 & bc \\ ac & bc & -c^2 \end{vmatrix} = 4a^2b^2c^2$

Prove that :  $\begin{vmatrix} -a^2 & ab & ac \\ ab & -b^2 & bc \\ ac & bc & -c^2 \end{vmatrix} = 4a^2b^2c^2$

21 बिंदु  $x=0$  पर फलन  $f(x) = \begin{cases} \frac{1-\cos x}{x^2}, & x \neq 0 \\ \frac{1}{2}, & x=0 \end{cases}$  के सांतत्य पर विचार कीजिए । 4

Discuss the continuity of the function  $f$  given by

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1-\cos x}{x^2}, & x \neq 0 \\ \frac{1}{2}, & x=0 \end{cases} \text{ at } x=0.$$

अथवा / OR

$\frac{dy}{dx}$  का मान ज्ञात कीजिए,

यदि  $x = a(t + \sin t)$ ,  $y = a(1 - \cos t)$

Find the value of  $\frac{dy}{dx}$ ,

if  $x = a(t + \sin t)$ ,  $y = a(1 - \cos t)$ .

22 वृत्त  $x^2 + y^2 = a^2$  का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

Find the area of the circle  $x^2 + y^2 = a^2$ .

अथवा / OR

दीर्घवृत्त  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

Find the area enclosed by the ellipse  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ .

23 अवकल समीकरण  $\frac{dy}{dx} = e^{x-y} + x \cdot e^{-y}$  हल कीजिये ।

4

Solve the differential equation  $\frac{dy}{dx} = e^{x-y} + x \cdot e^{-y}$ .

अथवा / OR

अवकल समीकरण  $\frac{dy}{dx} = \frac{\sqrt{1-y^2}}{\sqrt{1-x^2}}$  हल कीजिये ।

Solve the differential equation  $\frac{dy}{dx} = \frac{\sqrt{1-y^2}}{\sqrt{1-x^2}}$ .

